

**О. С. Захарова**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
zakharovaos.msc@gmail.com*

## **ОПТИМАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВИБРОРОБОТА В СРЕДЕ С НЕМОНОТОННЫМ ЗАКОНОМ СОПРОТИВЛЕНИЯ**

Рассматривается прямолинейное движение двухмассовой системы, состоящей из основного тела (корпуса) и подвижной внутренней массы, в среде с сопротивлением. Такая механическая система моделирует виброробот – мобильное устройство, способное перемещаться без специальных движителей (например, ног, колес или гусениц) в сопротивляющейся среде лишь за счет периодических движений внутренней массы относительно корпуса.

До сих пор задача оптимизации движения виброробота рассматривалась для идеализированных, как правило, степенных, законов сопротивления среды [1, 2], которые характеризовались монотонной зависимостью сил сопротивления  $R$  от скорости  $u$  и выпуклостью функции энергетических потерь  $\Phi(u) = u \cdot R(u)$ . Задача оптимизации ставилась как задача максимизации средней скорости движения тела при ограничении максимальной скорости или минимального ускорения движения внутренней массы. В данной работе, как и в [2], ограничение носит энергетический характер и налагается на мощность внутреннего движителя.

Задача формулируется следующим образом: определить закон движения внутренней массы, который минимизирует мощность внутреннего движителя при фиксированном периоде колебаний и средней скорости движения тела.

Предлагаемый в данной работе метод исследования пригоден для произвольных законов сопротивления. На его основе рассмотрен практически важный случай квазистационарного движения сферического виброробота в ньютоновской жидкости. В результате найден энергетически оптимальный закон движения сферического виброробота в ньютоновской жидкости.

Для описания энергетических затрат на движение тела с помощью внутреннего движителя (подвижной внутренней массы) введен энергетический коэффициент

$$\eta = \min_{\langle u \rangle = U_0} \langle \Phi(u) \rangle / \min_{\langle u \rangle = U_0, \langle R(u) \rangle = 0} \langle \Phi(u) \rangle, \quad 0 \leq \eta \leq 1. \quad (1)$$

Числитель здесь представляет минимальные энергетические затраты при произвольном движении корпуса со средней скоростью  $U_0$ , а знаменатель – те же затраты при движении за счет колебаний внутренней массы.

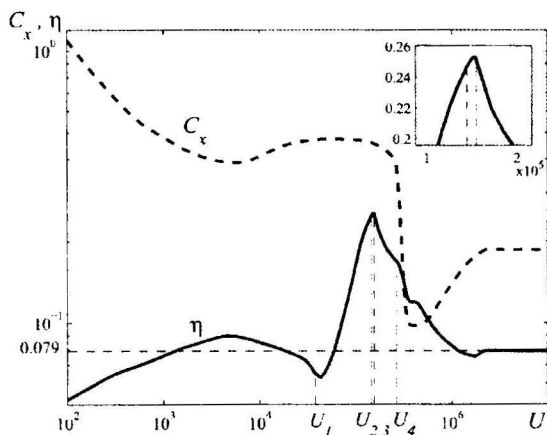


Рис.

Основным результатом вычислений является представленная на рисунке зависимость энергетического коэффициента от

средней скорости движения тела. Там же изображен график коэффициента сопротивления  $C_x(U) = U^{-2}R(U)$ . Показано, что наличие кризиса сопротивления позволяет увеличить коэффициент эффективности движения с 8 % до 25 %.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Черноусько Ф. Л. *Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде* // ПММ. – 2008. – Т. 72. – Вып. 2. – С. 202–215.
2. Егоров А. Г., Захарова О. С. *Оптимальное по энергетическим затратам движение виброробота в среде с сопротивлением* // ПММ. – 2010. – Т. 74. – Вып. 4. – С. 620–632.

**Е. Б. Зубкова**

*Самарский государственный университет путей сообщения,  
zubkovaeb@mail.ru*

## НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Теория краевых задач для вырождающихся гиперболических уравнений представляет собой один из важнейших разделов современной теории дифференциальных уравнений с частными производными. Это объясняется ее многочисленными приложениями в газовой динамике, теории оболочек, магнитной термодинамике, а также других областях науки и техники.

Значительный вклад в теорию вырождающихся уравнений и уравнений смешанного типа внесли выдающиеся советские математики и механики М. В. Келдыш, М. А. Лаврентьев, И. Н. Векуа, Л. В. Овсянников, Н. Н. Яненко, А. В. Бицадзе,